

Proste podejście do prognozowania krzywej dochodowości: model CIR#

Streszczenie pracy doktorskiej autorstwa Giuseppe Orlando

Praca doktorska z dziedziny nauk społecznych, dyscyplina: ekonomia i finanse

Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu, Katedra Inwestycji Finansowych i Zarządzania Ryzykiem

Promotor Prof. Krzysztof Jajuga

Niniejsza praca dotyczy prognozowania stóp procentowych, na początku wprowadza wyjaśnienie podstawowych pojęć dotyczących charakterystyki i determinant stóp procentowych. Następnie, po dokonaniu przeglądu istniejących narzędzi opracowanych do tej pory w literaturze, wprowadza CIR# 16, 17, 18, 19, 151.

Pomysł na pracę nad stopami procentowymi wywodzi się z naszego doświadczenia w finansach. U progu kryzysu finansowego i w kolejnych latach uderzyła nas liczba firm finansowych, które nadal opierały się na modelu CIR opracowanym przez Coxa, Ingersoll & Ross w 1985 roku 71. Podczas gdy model ten (w przeciwieństwie do wielu innych opracowanych w literaturze) jest oszczędny, zrozumiały i łatwy do opanowania, z drugiej strony jest niewątpliwie przestarzały i z założenia, nie uwzględnia ujemnych stóp procentowych.

Podstawowym wyzwaniem było uporanie się z dodatkowymi ograniczeniami nieodłącznie związanymi z modelem CIR, takimi jak brak skoków, tłumienie zmienności przy niskich stopach procentowych, liniowa premia za ryzyko itp. Należy to zrobić, zachowując strukturę zmienności rynku jak również wykonalność analityczną oryginalnego modelu CIR.

Cel, oryginalny wkład i hipotezy

Mój oryginalny wkład w specjalistyczną literaturę jest dwójaki: udoskonalenie modelu CIR i przekształcenie go z modelu krótkoterminowego w narzędzie prognozowania dla dowolnej krzywej dochodowości.

Celem jest uzyskanie nowej dostępnej metodologii prognozowania przyszłych stóp procentowych, która jest dość skuteczna z następujących powodów. Po pierwsze, wszystkie ulepszenia są uzyskiwane w ramach CIR w celu zachowania jednoczynnikowej prostoty i wykonalności analitycznej oryginalnego modelu. Osiąga się to poprzez odpowiedni podział danych, w którym kalibrujemy parametry CIR, zastępując proces Wienera w losowym składniku modelu CIR z normalnymi resztami o rozkładzie normalnym. Są to korzyści z odpowiednio dobranej w naszej procedurze „optymalnego” modelu ARIMA, mającego na celu spełnienie założeń, na których zbudowany jest model CIR.

Pozwala to na uchwycenie wszystkich statystycznie istotnych zmian w czasie zmienności stóp procentowych, dając w ten sposób uwzględnienie skoków i związanej z nimi dynamiki rynku.

Ze względu na to, że zilustrowana metodologia nie jest całkowitym odejściem od modelu CIR, ale jest

rozszerzeniem, nazwaliśmy ją CIR#.

Hipoteza pracy głosi, że CIR# przewyższa inne modele jednoczynnikowe i że nowe podejście okazuje się szczególnie przydatne w opisie struktury terminowej stóp procentowych po kryzysie finansowym 2007 roku. W rzeczywistości model przewyższa niezdolność modelowania wartości ujemnych/bliskich do zera oraz problem wbudowanego mechanizmu tłumienia zmienności, gdy stopy są niskie.

Co więcej, stanowi alternatywę dla Monte Carlo w zakresie określania oczekiwanej wartości stóp procentowych, ponieważ sugerowany schemat dyskretyzacji daje te same wyniki bez konieczności symulowania 100 000 ścieżek.

Pomysł na napisanie pracy doktorskiej powstał w czasie wizyty w roku akademickim 2018-2019 w Katedrze Inwestycji Finansowych i Zarządzania Ryzykiem Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, kierowanej przez prof. Krzysztofa Jajugę. Ponieważ praca była omawiana i zarysowana w tamtym okresie, wszystkie publikowane materiały dotyczące prognoz stóp procentowych od tego czasu, a zwłaszcza CIR#, są oryginalne i są wynikiem postępów realizowanych w ramach studiów doktoranckich.

I.I Model CIR#

Cox, Ingersoll & Ross w 1985 71 zaproponowali model stochastyczny wprowadzony przez Fellera (1951) 81 w następujący sposób:

$$dr(t) = k(\theta - r(t)) dt + \sigma \sqrt{r(t)} dW(t), \quad (1.1)$$

ze stanem początkowym $r(0) = r_0 > 0$.

$(W(t))_{t \geq 0}$ oznacza standardowy ruch Browna w ramach miary P , przeznaczony do modelowania losowego czynnika ryzyka.

Poniżej zilustrujemy nasze oryginalne podejście, ale najpierw podsumujmy, co naszym zdaniem jest głównym problemem, który chcemy rozwiązać w odniesieniu do modelu CIR:

- i. Ujemne stopy procentowe są wykluczone;

- ii. Składnik dyfuzji w procesie CIR zbliża się do zera, gdy $r(t)$ jest mały (w porównaniu z danymi rynkowymi);
- iii. Chwilowa zmienność σ jest stała (w praktyce σ jest kalibrowany w sposób ciągły na podstawie danych rynkowych);
- iv. Nie ma skoków (np. spowodowanych polityką fiskalną i monetarną rządu, publikacją wyników finansowych przedsiębiorstw itp.).

W celu rozwiązania powyższych problemów, pierwszym krokiem jest podzielenie dostępnej próbki danych rynkowych na podpróbki – niekoniecznie tej samej wielkości – w celu uchwycenia wszystkich statystycznie istotnych zmian wariancji realnych kursów spot, a co za tym idzie, opisanie skoków.

Drugi krok polega na dopasowaniu „optymalnego” modelu ARIMA do każdej podpróbki danych rynkowych, a trzeci to kalibracja parametrów k , θ , σ poprzez ich oszacowanie dla każdej podpróbki dostępnych danych, jak wyjaśniono w sekcji 1.1.3.

1.1.1 KROK 1: test ANOVA i analiza danych rynkowych

Analiza wariancji (ANOVA) to parametryczne narzędzie statystyczne opracowane przez RA Fishera w 1918 r. jako rozszerzenie testu t i z , (stosowanych do analizy różnic statystycznych między dwiema grupami). Pomysł polega na porównaniu średnich i względnej wariancji między trzema lub więcej niezależnymi grupami w próbie przy użyciu rozkładu F .

ANOVA testuje hipotezę zerową, że populacje są równe między grupami. ANOVA jest jednokierunkowa (lub dwukierunkowa) gdy liczba zmiennych niezależnych wynosi jeden (odpowiednio dwa). Jednokierunkowa ANOVA daje statystykę F , uzyskaną jako iloraz dwóch oszacowań wariancji populacji. Wyższy współczynnik oznacza, że próbki zostały pobrane z populacji o różnych wartościach średnich.

Jak wyjaśniono w sekcji 1.1, naszym pierwszym celem jest rozwiązanie problemów wskazanych w i., ii. i iv. dla modelu CIR. W ten sposób zaczynamy dzielić całą próbkę danych na podpróbki, które nazywamy grupami, za pomocą jednokierunkowej analizy ANOVA, aby uwydatnić statystycznie istotne zmiany wariancji rynkowych kursów spot, a tym samym przedstawić możliwe skoki.

Główna trudność dotyczy wyboru optymalnego podziału na grupy do zastosowania testu ANOVA; musieliśmy wziąć pod uwagę zarówno wielkość (im mniejsza grupa, tym bardziej dopracowana analiza),

jak i umiejętność uchwycenia dowolnych skoków (im większa grupa, tym lepsza pod względem istotności statystycznej).

1.1.2 KROK 2. Nieoptymalne modele ARIMA

Drugi krok naszej procedury polega na wyprowadzeniu najlepiej dopasowanego modelu ARIMA(p, i, q) do każdej grupy stóp procentowych dzielącej obserwowaną próbkę danych rynkowych.

W analizie szeregów czasowych model ARIMA (autoregresyjnej zintegrowanej średniej ruchomej) jest uogólnieniem (autoregresyjnej średniej ruchomej) modelu ARMA, według wzoru:

$$X(t) = m + \sum_{h=1}^p \phi(h)X(t-h) + \varepsilon(t) + \sum_{h=1}^q \theta(h)\varepsilon(t-h),$$

1.1.3. KROK 3. Kalibracja parametrów CIR

Rozważamy j-tą grupę, dzielącą dostępną próbkę danych rynkowych, która, jak zakładamy, ma długość n_j .

Kalibrację parametrów CIR k, θ, σ , w grupie wykonuje się w następujący sposób:

- Zmienność σ jest szacowana przez odchylenie standardowe grupy, czyli $\hat{\sigma}_j$;
- Długookresowy parametr średniej θ jest szacowany przez średnią grupową, czyli $\hat{\theta}_j$;
- Szybkość powrotu średniej k jest szacowana przez tę wartość, powiedzmy \hat{k}_j , rozwiązując następujący problem minimalizacji:

$$\min_{k>0} S_j(k) := \min_{k>0} \sqrt{\frac{\sum_{h=n_j-1+1}^{n_j} (u_h(k) - \bar{u}_j(k))^2}{n_j - 1}}. \quad (1.2)$$

Dla dowolnego $k > 0$ definiujemy:

$$u_h(k) := r_h(k) - r_{shift,h}, \quad h = n_{j-1} + 1, \dots, n_j, \quad (n_0 = 0) \quad (1.3)$$

$r_{shift,h}$ jest przesuniętą wartością rynkowej stopy procentowej w j th-grupie, a $r_h(k)$ odpowiednią symulowaną wartością stopy procentowej CIR wyrażoną jako funkcja nieznanego parametru k . $u_j(k)$ oznacza średnią próbki $\{u_h(k), h = n_{j-1} + 1, \dots, n_j\}$. $r_h(k)$ oblicza się stosując schemat dyskretyzacji Milsteina (1979) 13.

1.1.4. Problem z wykrywaniem punktów zmiany

Jak wyjaśniono w sekcji 1.1.1, główna trudność dotyczy wyboru optymalnej segmentacji w celu wykrycia nagłych zmian w wariancji dynamiki stóp procentowych. W literaturze istnieje kilka podejść do wykrywania wielokrotnych zmian w rozkładzie prawdopodobieństwa procesu stochastycznego lub szeregów czasowych, takich jak analiza sekwencyjna, (i.e. metody „online”), grupowanie oparte na estymacji największego prawdopodobieństwa (np. (n.p. metody "offline"), wykrywanie zmian minimax itp. (patrz na przykład Bai i Perron (2003) 4, Lavielle (2005) 11 i (2006) 12, Hacker i Hatemi-J (2006) 10, Adams i MacKay (2007) 1, Arlot i Cénisse (2011) 3.

1.2. Wyniki

W tej sekcji po pierwsze pokażemy wyniki w zestawie danych przedstawionych w tej pracy, a po drugie skupimy się na okresach burzliwych, w których zmienność jest powyżej mediany.

Kierunek prognozy

Aby zrozumieć, czy prognoza prawidłowo przewiduje wzrost lub spadek stopy procentowej, wprowadzamy indeks kierunkowości (IDX). Oznaczmy r_t jako stopa procentowa w czasie t i odpowiednia prognoza jako r_t^f . Definiujemy zmienną

$$\alpha_{t+1} := r_{t+1} - r_t$$

jako różnicę między dwiema kolejnymi stopami procentowymi, a zmienną

$$\beta_{t+1} := r_{t+1}^f - r_t$$

jako różnica między prognozą w czasie $t + 1$ a rzeczywistą stopę procentową w czasie t .

Dalej rozważamy zmienną wskaźnikową $H(t + 1)$ przyjmując tylko wartości 0, 1

w następujący sposób

$$\begin{cases} H(t + 1) = 1 & \text{if } \text{sgn}(\alpha_{t+1}) = \text{sgn}(\beta_{t+1}) \\ H(t + 1) = 0 & \text{if } \text{sgn}(\alpha_{t+1}) \neq \text{sgn}(\beta_{t+1}). \end{cases}$$

Przypisujemy termin prognozy „sukces” (w znaku), gdy $H(t + 1) = 1$. Dlatego indeks IDX jest definiowany jako średnia wartości $H(t + 1)$ z liczby prognoz w szeregu czasowym długość T czyli:

$$\text{IDX} = \frac{1}{T - 1} \sum_{t=1}^{T-1} H(t + 1). \quad (1.4)$$

IDX wskazuje procent poprawnych przewidywań kierunku zmian stóp procentowych.

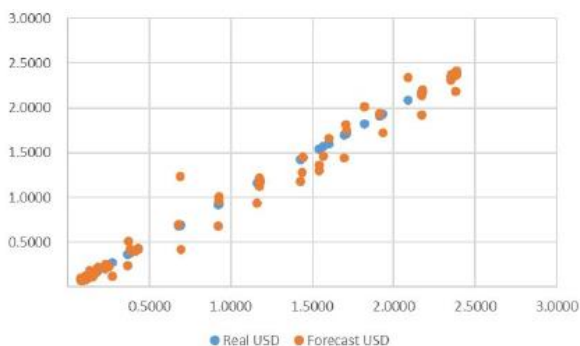
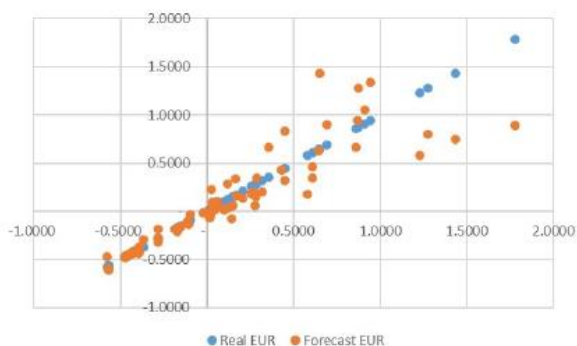
1.2.1 Prognozowanie w całym zbiorze danych

Zacznijmy od przedstawienia wyników w porównaniu z prognozami dla wszystkich czterech rozważanych walut. Na rysunku 1-1 pokazujemy, że prognozy ściśle podążają za zdarzeniami i nie są rozłożone.

Uzupełniamy tę analizę, biorąc pod uwagę wykres Blanda-Altmana, (zwany również wykresem różnicowym), który jest bardzo popularnym narzędziem w medycynie i chemii do analizy zgodności między dwiema różnymi metodami [2, 6]. Tym, co zainspirowało Blanda i Altmana, była potrzeba określenia, jak wyniki jednej metody różnią się od innych, aby uznać je za równoważne [1].

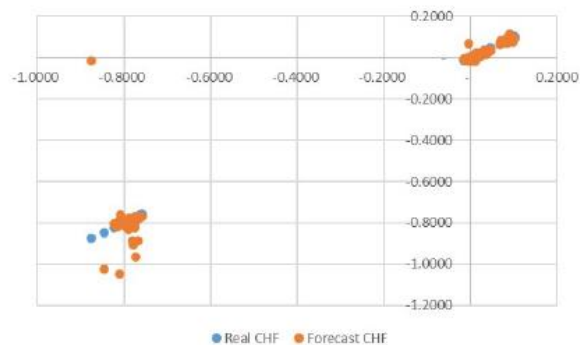
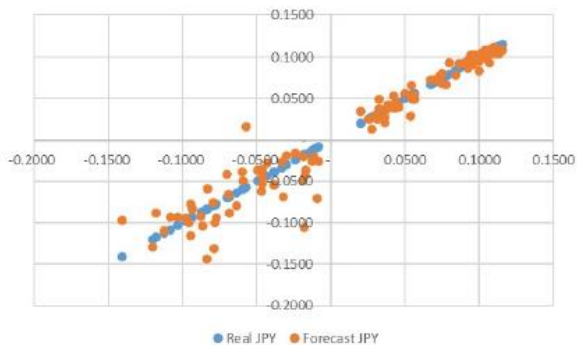
W naszym przypadku, ponieważ dane rzeczywiste pokrywają się z prognozami, chcemy dokładniej zbadać wspomnianą zgodność. Wykres 1-2 20 pokazuje wspomnianą zgodność między rzeczywistymi danymi a prognozami.

Na podstawie tej analizy można potwierdzić dobrą zgodność danych z prognozami, ponieważ maksymalna liczba wartości odstających wynosi 0,885% (=9/113). Po zakończeniu analizy graficznej przedstawiamy wyniki oparte na bardziej tradycyjnej analizie składającej się z wyników uzyskanych za pomocą znormalizowanego błędu średniokwadratowego (NRMSE).



(a) EUR overnight. Plot of the realized interest rate occurrence versus the forecasted value.

(b) USD overnight. Plot of the realized interest rate occurrence versus the forecasted value.



(c) JPY overnight. Plot of the realized interest rate occurrence versus the forecasted value.

(d) CHF overnight. Plot of the realized interest rate occurrence versus the forecasted value.

Rysunek 1-1: Wielokrotne porównania dla zdarzeń jednodniowych stóp procentowych w różnych

walutach z odpowiadającymi im prognozami.

W Tabelach 1.2, 1.3, 1.4 porównujemy błąd prognozowania (NRMSE) i kierunkowość prognozowania (IDX) dla EWMA, CIR_{adj} , $CIR\#$.

Uwzględniliśmy EWMA, ponieważ jest to podstawowa wersja modelu autoregresyjnej warunkowej heteroskedastyczności (ARCH), który jest powszechnym narzędziem do prognozowania zmiennych w czasie danych finansowych i prostym benchmarkiem, w którym nie zakłada się żadnej struktury danych. Wyniki pokazują, że ogólnie $CIR\#$ działa lepiej w całym zbiorze danych.

Tabela 1.1: Średnia NRMSE i IDX

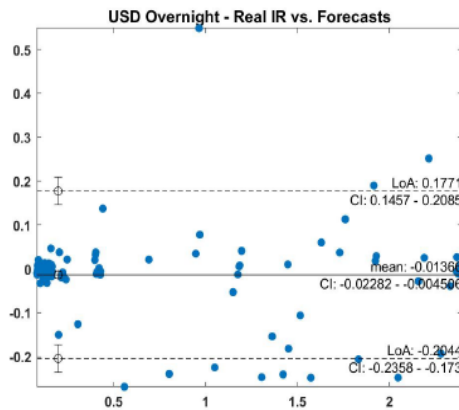
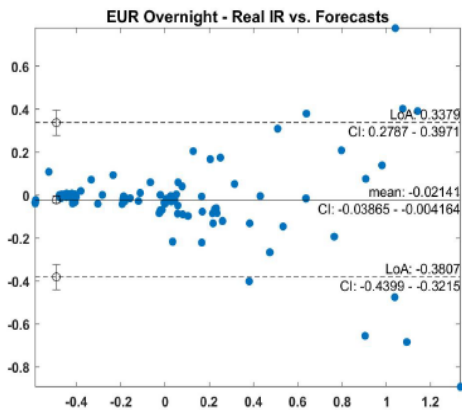
	EUR			USD			JPY		
	$CIR\#$	CIR_{adj}	EWMA	$CIR\#$	CIR_{adj}	EWMA	$CIR\#$	CIR_{adj}	EWMA
NRMSE	3.47%	5.57%	11.41%	9.15%	13.60%	14.86%	5.31%	10.56%	9.41%
IDX	71.11%	65.60%	28.85%	62.77%	63.93%	38.55%	75.62%	70.39%	41.54%

Tabela 1.2: Średnia NRMSE i IDX

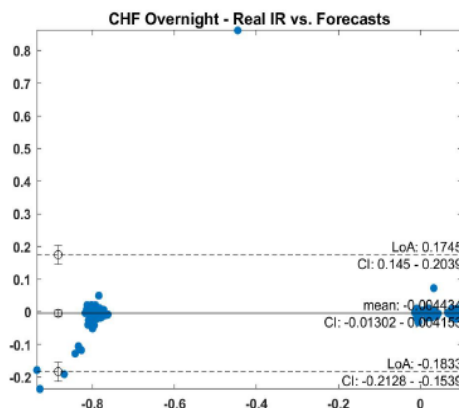
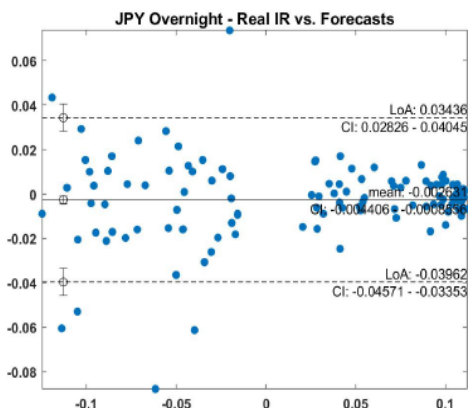
	EUR			USD			JPY			CHF		
	$CIR\#$	CIR_{adj}	EWMA	$CIR\#$	CIR_{adj}	EWMA	$CIR\#$	CIR_{adj}	EWMA	$CIR\#$	CIR_{adj}	EWMA
	Averages											
NRMSE	3.47%	5.57%	11.41%	9.15%	13.60%	14.86%	5.31%	10.56%	9.41%	8.26%	24.06%	11.54%
IDX	71.11%	65.60%	28.85%	62.77%	63.93%	38.55%	75.62%	70.39%	41.54%	53.38%	63.12%	57.51%

Tabela 1.3: NRMSE dla różnych modeli, tenorów i walut

	EUR					
	EE000/N	EE0001M	EE0002M	EE0003M	EE0006M	EE0012M
CIR #	5.14%	3.63%	3.56%	3.05%	2.71%	2.77%
CIR_{adj}	10.94%	5.39%	4.87%	4.39%	4.18%	3.64%
EWMA	11.54%	11.77%	11.61%	11.50%	11.11%	10.95%
	USD					
	US000/N	US0001M	US0002M	US0003M	US0006M	US0012M
CIR#	7.88%	8.71%	8.53%	14.06%	7.83%	7.90%
CIR_{adj}	10.98%	28.15%	16.48%	10.98%	7.60%	7.75%
EWMA	15.69%	14.85%	15.07%	15.69%	14.32%	13.55%
	JPY					
	JY00S/N	JY0001M	JY0002M	JY0003M	JY0006M	JY0012M
CIR#	8.66%	5.20%	5.37%	4.85%	3.92%	3.88%
CIR_{adj}	13.55%	11.65%	9.26%	16.64%	6.82%	5.47%
EWMA	9.46%	9.82%	9.91%	9.60%	9.11%	8.56%
	CHF					
	CH00S/N	CH0001M	CH0002M	CH0003M	CH0006M	CH0012M
CIR#	9.29%	9.19%	8.53%	8.51%	7.51%	6.56%
CIR_{adj}	8.96%	16.80%	14.15%	12.59%	65.21%	26.73%
EWMA	12.47%	12.23%	12.11%	12.00%	10.95%	9.52%



(a) EUR overnight. Over 113 data points outliers are 9 (out of which only 5 outside LoA confidence level). (b) USD overnight. Over 113 data points outliers are 9 (out of which only 6 outside LoA confidence level).



(c) JPY overnight. Over 113 data points outliers are 5 (all of them outside LoA confidence level). (d) CHF overnight. Over 113 data points outliers are 2 (none of them outside LoA confidence level).

Rysunek 1-2: Wykres Blanda-Altmana. Wielokrotne porównania dla wystąpień jednodniowych stóp procentowych w różnych walutach w porównaniu z odpowiadającymi im prognozami. Maksymalna liczba wartości odstających to 0,885%.

1.2.2. Prognozowanie w burzliwych okresach

Jak wspomniano, dzięki naszej procedurze możemy zidentyfikować klasy zmienności. W sekcji 1.2.1 pokazaliśmy uśrednioną efektywność w całym zestawie danych i dla każdej waluty (Tabele 1.3, 1.4). W tej sekcji zilustrujemy, jak działa model CIR#, gdy zmienność jest wysoka, a prognozy są trudniejsze. Odpowiada to uznaniu stopy overnight (jako najbardziej narażonej na nastroje rynkowe), którą

podzieliliśmy na klasy zmienności. Następnie dla każdej waluty wybraliśmy dwie klasy o większej zmienności. W tabeli 1.5 porównano błąd prognozowania i wskaźnik kierunkowości dla EVMA, CIR_{adj}, CIR#. Należy zauważyć, że współczynnik zmienności pokazuje zmienność klasy w stosunku do mediany zmienności zarejestrowanej w całym zestawie danych dla wybranej waluty. Jak pokazano, CIR# działa lepiej w każdej sytuacji.

Tabela 1.4: IDX dla różnych modeli, tenorów i walut

	EUR					
	EE000/N	EE0001M	EE0002M	EE0003M	EE0006M	EE0012M
CIR #	66.67%	71.67%	75.00%	75.00%	68.33%	70.00%
CIR_{adj}	53.73%	68.65%	65.67%	68.65%	65.67%	71.64%
EWMA	38.80%	28.35%	25.37%	29.85%	25.37%	25.37%
	USD					
	US000/N	US0001M	US0002M	US0003M	US0006M	US0012M
CIR #	60.00%	58.33%	58.33%	66.67%	60.00%	73.33%
CIR_{adj}	73.13%	49.25%	50.74%	73.13%	71.64%	65.67%
EWMA	47.76%	40.29%	32.83%	47.76%	26.86%	35.82%
	JPY					
	JY000/N	JY0001M	JY0002M	JY0003M	JY0006M	JY0012M
CIR #	67.16%	71.64%	74.62%	70.14%	86.56%	83.58%
CIR_{adj}	64.17%	77.61%	65.67%	65.67%	77.61%	71.64%
EWMA	56.71%	38.80%	47.76%	47.76%	26.86%	31.34%
	CHF					
	CH000/N	CH0001M	JY0002M	CH0003M	CH0006M	CH0012M
CIR #	53.09%	53.09%	57.52%	52.21%	51.32%	53.09%
CIR_{adj}	69.02%	66.37%	61.06%	67.25%	59.29%	55.75%
EWMA	61.06%	56.63%	61.06%	61.06%	52.21%	53.09%

1.3 Testowanie i walidacja

W tej sekcji podstawowym pytaniem, na które chcemy odpowiedzieć, jest to, czym nasze prognozy różnią się od oryginalnych szeregów czasowych, czysto losowych danych i zakłóceń? Ze względu na przestrzeń pokazujemy analizę na EUR Overnight, ale dla wszystkich rozważanych szeregów czasowych uzyskaliśmy podobne wyniki.

Tabela 1.5: NRMSE i IDX w niespokojnych okresach dla CIR#, CIR_{adj} i EVMA o terminach zapadalności overnight i różnych walutach

	EUR		USD		JPY		CHF	
Cluster	1-13	39-52	3-8	28-33	49-54	62-68	12-19	29-60
Volatility ratio	7.63%	18.33%	4.07%	1.60%	0.83%	3.35%	3.5%	23.63%
	10.00%	10.00%	1.26%	1.26%	0.49%	0.49%	1.22%	1.22%
NRMSE CIR#	72.70%	24.80%	27.90%	16.10%	50.00%	38.46%	54.31%	16.73%
NRMSE CIR _{adj}	72.70%	26.50%	43.50%	25.50%	67.10%	81.00%	67.46%	27.80%
NRMSE EWMA	54.50%	27.32%	61.40%	49.2%	56.30%	52.80%	98.12%	26.78%
IDX CIR#	36.30%	76.9%	100.00%	100.00%	80.00%	83.30%	66.67%	66.57%
IDX CIR _{adj}	35.30%	53.84%	80.00%	80.00%	60.00%	83.30%	66.65%	64.28%
IDX EWMA	36.60%	30.70%	40.00%	20.00%	60.00%	66.66%	64.28%	51.42%

1.3.1 Wyniki na danych testowych

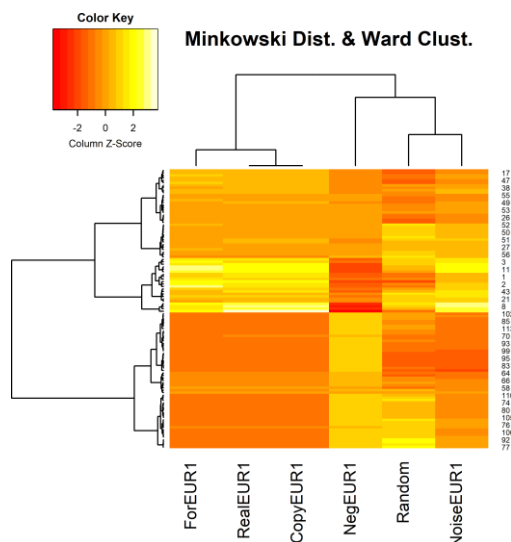
Ta analiza jest przeprowadzana zarówno na rzeczywistych, jak i symulowanych danych opisanych w pracy, a cel stworzenia tych danych jest następujący: czy analiza, którą zamierzamy przeprowadzić, jest poprawna i spójna? Jeśli tak, szeregi czasowe 1 (EUR1) i 5 (kopia EUR1) powinny być identyczne, podczas gdy serie czasowe 1 i 2 (losowe) powinny być niepowiązane.

Po pomyślnym przejściu tego sprawdzenia, następne pytanie brzmi: czy szereg czasowy 6 (prognoza EUR1) wygląda podobnie do szeregu czasowego 1, czy bardziej przypomina 2 lub 3 (EUR1 + zakłócenie)?

Oprócz klasycznych instrumentów używanych do testowania dobroci dopasowania, w tej sekcji mierzymy odległość między danymi za pomocą mapy 221. Jako metrykę przyjmujemy uogólnienie zarówno odległości euklidesowej, jak i odległość Manhattan – to odległość Minkowskiego 9,5,21. Zgodnie z oczekiwaniami Rysunek 1-3 pokazuje, że szereg EUR1 i jego kopia są identyczne (co potwierdza, że analiza jest w stanie poprawnie zidentyfikować tę cechę).

Zakłócenia i losowość są uznawane za podobne i grupują się z szeregiem czasowym ze zmienionym znakiem EUR1. Można więc stwierdzić, że nasz model zarówno przestrzennie, jak i hierarchicznie jest

bardzo zbliżony do rzeczywistości, a więc dobrze wpisuje się w zamierzone cele.



Rysunek 1-3: EUR overnight i dane testowe. Odległość Minkowskiego i dendrogram na podstawie kryterium Warda.

1.4 Wnioski

Celem tej pracy jest przedstawienie nowej dostępnej metodologii prognozowania przyszłych stóp procentowych, w której wszystkie ulepszenia są uzyskiwane w ramach CIR w celu zachowania jednoczynnikowej prostoty i wykonalności analitycznej oryginalnego modelu. Hipoteza głosi, że tzw. CIR# przewyższa inne modele jednoczynnikowe i że nowe podejście okazuje się szczególnie przydatne w opisie struktury terminowej stóp procentowych po kryzysie finansowym 2007 roku.

W niniejszej pracy pokazaliśmy, że model CIR#, zachowując te cechy, jest w stanie poradzić sobie z ujemnymi stopami procentowymi, klasami zmienności i skokami. Zostało to przetestowane na stopach procentowych rynku pieniężnego w okresach zawirowań i spokoju, mierząc kierunkowość stóp, a także błąd prognozowania. Poza tym pokazaliśmy, w jaki sposób wyniki modelu mogą być testowane i walidowane za pomocą kilku metryk i kryteriów grupowania.

Poza naukowymi potwierdzeniami zarówno celu, jak i hipotezy, 5, zaproponowany model został przyjęty przez szereg instytucji finansowych. Na przykład VTB wspomniał, że „ze względu na brak RUONIA w OIS strukturze terminowej, niemożliwe jest zbudowanie wolnej od arbitrażu strategii porównywania

floaters with bullets”.

Korzystanie z innych krzywych, takich jak MosPrime, IRS lub swapy na kluczową stopę CBR, do prognozowania przyszłej trajektorii RUONIA naraża analityka na bazę z RUONIA, która była historycznie niestabilna. Takie podejście jest również obarczone subiektywnymi założeniami, które sprawiają, że szacunki z-spreads są słabo porównywalne”. Zamiast tego „ulepszony model CIR daje solidne i odtwarzalne prognozy RUONIA bez żadnej arbitralności, dając wspólną podstawę do oszacowania punktowego i historycznego z-spreads” Naumov et al.(2021) 14.

Z punktu widzenia implikacji dla banków centralnych kluczowa jest umiejętność prawidłowego modelowania i przewidywania stóp procentowych dla skuteczności celu inflacyjnego. Chociaż przyjęte modele są kompleksowe i dostarczają pełnego szkicu zmian w polityce, nawet 1000 równań może być trudne w analizie. W związku z tym jedno równanie i model czynnika ryzyka, taki jak CIR#, może w razie potrzeby zapewnić szybką odpowiedź.

Bibliografia

- [1] R. P. Adams and D. J. MacKay, Bayesian online changepoint detection, arXiv:0710.3742, (2007).
- [2] D. G. Altman and J. M. Bland, Measurement in medicine: the analysis of method comparison studies, *Journal of the Royal Statistical Society: Series D (The Statistician)*, 32 (1983), pp. 307_317.
- [3] S. Arlot and A. Celisse, Segmentation of the mean of heteroscedastic data via cross-validation, *Statistics and Computing*, 21 (2011), pp. 613_632.
- [4] J. Bai and P. Perron, Computation and analysis of multiple structural change models, *Journal of Applied Econometrics*, 18 (2003), pp. 1_22.
- [5] I. Batyrshin, Constructing time series shape association measures: Minkowski distance and data standardization, in 2013 BRICS Congress on Computational Intelligence and 11th Brazilian Congress on Computational Intelligence, IEEE, 2013, pp. 204_212.
- [6] J. M. Bland and D. Altman, Statistical methods for assessing agreement between two methods of clinical measurement, *The Lancet*, 327 (1986), pp. 307_ 310.
- [7] J. C. Cox, J. E. Ingersoll, and S. A. Ross, A theory of the term structure of interest rates, *Econometrica*, 53 (1985), pp. 385_407.
- [8] W. Feller, Two singular diffusion problems, *Annals of Mathematics*, 54 (1951), pp. 173_182.
- [9] R. Giusti and G. E. Batista, An empirical comparison of dissimilarity measures for time series classification, in 2013 Brazilian Conference on Intelligent Systems, IEEE, 2013, pp. 82_88.
- [10] R. S. Hacker and A. Hatemi-J, Tests for causality between integrated variables using asymptotic and bootstrap distributions: theory and application, *Applied Economics*, 38 (2006), pp. 1489_1500.
- [11] M. Lavielle, Using penalized contrasts for the change-point problem, *Signalprocessing*, 85 (2005), pp. 1501_1510.
- [12] M. Lavielle and G. Teysiere, Detection of multiple change-points in multivariate time series, *Lithuanian Mathematical Journal*, 46 (2006), pp. 287_306.

- [13] G. Milstein, A method of second-order accuracy integration of stochastic differential equations, *Theory of Probability and Its Applications*, 23 (1979), pp. 396_401.
- [14] V. Naumov and M. Korovin, Floaters Z-spread to RUONIA: avoiding unnecessary arbitrariness, July 2021.
- [15] G. Orlando and M. Bufalo, Interest rates forecasting: between Hull and White and the CIR#. How to make a single factor model work, *Journal of Forecasting*, (2021).
- [16] G. Orlando, R. M. Mininni, and M. Bufalo, A new approach to CIR short-term rates modelling, in *New Methods in Fixed Income Modeling - Fixed Income Modeling*, M. Mili, R. Medina Samaniego, and d. P. Filippo, eds., Springer International (USA), 2018, pp. 35_44.
- [17] Interest rates calibration with a CIR model, *The Journal of Risk Finance*, 20 (2019), pp. 370_387.
- [18] A new approach to forecast market interest rates through the CIR model , *Studies in Economics and Finance*, doi: 10.1108/SEF-03-2019-0116, (2019).
- [19] Forecasting interest rates through Vasicek and CIR models: a partitioning approach, *Journal of Forecasting*, doi: 10.1002/for.2642, (2020).
- [20] Rik, Bland-Altman Plot. MATLAB Central File Exchange, 2020. Retrieved June 30, 2020.
- [21] A. S. Shirchorshidi, S. Aghabozorgi, and T. Y. Wah, A comparison study on similarity and dissimilarity measures in clustering continuous data , *PloS one*, 10 (2015), p. e0144059.
- [22] G. Warnes and al., R Enhanced Heat Map - gplots package. <https://www.rdocumentation.org/packages/gplots/versions/3.0.4/topics/heatmap.2>, 2020. Accessed: 2020-07-10.19 [topics/heatmap.2](https://www.rdocumentation.org/packages/gplots/versions/3.0.4/topics/heatmap.2), 2020. Accessed: 2020-07-10.